1. $g(x) = -\frac{1}{4}x^4 + 2x^2$ $\qquad \mathbb{D}_g = [-3;3]$

1.1. Bedingungen Symmetrie:

gerade Exponenten | ungerade Exponenten
Achsensymmetrie: ✓ | Punktsymmetrie
$f(x) = f(-x)$ ✓ | $-f(x) = f(-x)$

$-\frac{1}{4}x^{4} + 2x^2$ $\qquad (-x)^4 = x^4$

$g(-x) = -\frac{1}{4}\underbrace{(-x)^4}_{} + 2\underbrace{(-x)^2}_{x^2}$ ✓

$= \underbrace{\underbrace{(-x)(-x)}_{(+x)^2}\cdot\underbrace{(-x)(-x)}_{(+x)^2}}_{x^4}$

$= -\frac{1}{4}x^4 + 2x^2 = g(x)$ ✓

$\Rightarrow g(-x) = g(x)$: g ist Achsensymmetrisch

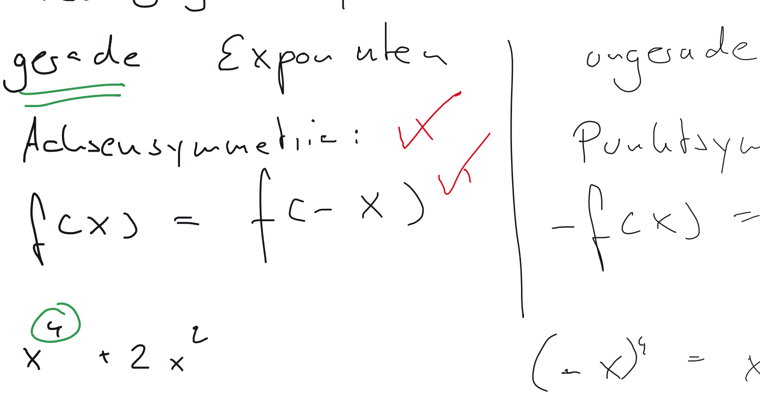
E 2 BE

1.2 Extremstellen ermitteln

Bedingung: notwendig: $f'(x) = 0$

hinreichend: $f''(x) \neq 0$

$m=0$ $\qquad m=0$ $\qquad \underset{m=0}{}$ keine (SP)



Krümmung: $r = -$ $\qquad l = +$ $\qquad 0$

Prüfen des notwendigen Bed:

$g(x) = -\frac{1}{4}x^4 + 2x^2$

$g'(x) = -\frac{4}{4}x^3 + 4x = -1x^3 + 4x$

$g'(x) = 0$

$0 = -x^3 + 4x$

$0 = x(-x^2 + 4)$ $\qquad -x^2 + 4 = 0$

$x_1 = 0$ $\qquad x^2 = 4 \quad /$

Prüfen hinreichende Bed: $x_2 = 2$; $\quad x_3 = -2$

$g'(x) = -x^3 + 4x$

$g''(x) = -3x^2 + 4$

jeweils x einsetzen $\Rightarrow g''(x) \overset{!}{\neq} 0$

$g''(x) = -3\cdot x^2 + 4$

$g''(x_1) = -3\cdot 0^2 + 4 \quad = 4$

$g''(x_1) = 4$ linksgekrümmt $\quad$ TP

$\Rightarrow$ Tiefpunkt bei $x_1 = 0$

$g''(x_2) = -3\cdot 2^2 + 4$

$g''(x_2) = -12 + 4 = -8$ $\qquad (-)$ $\quad$ R

$\Rightarrow$ Hochpunkt

$g(x_3 = (-2)) = -3(-2)^2 + 4 = -8$

$\Rightarrow$ Hochpunkt

Wenn gefragt nach Extremstellen

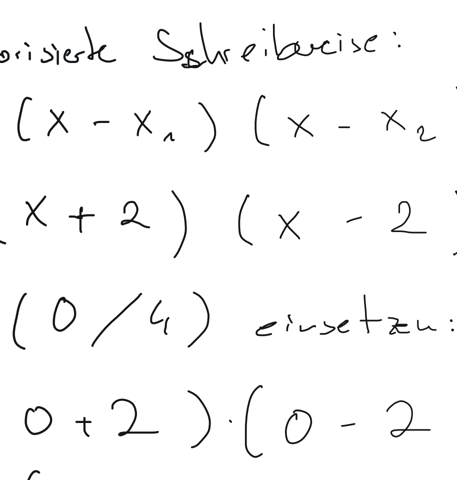
dann nur x-Wert angeben.

g(x) hat 3 Extemstellen bei:

$x_1 = 0$

$x_2 = 2$ und $x_3 = -2$

2.



1. Aufstellen der Funktionsgleichung:

Faktorisierte Schreibweise:

$a(x - x_1)(x - x_2) = f(x)$

$a(x + 2)(x - 2) = f(x)$

$P_y(0/4)$ einsetzen:

$a(0 + 2)\cdot(0 - 2) = 4$

$a\cdot(2)\cdot(-2) = 4$

$a\cdot(-4) = 4 \quad / : -4$

$a = -1$ $\qquad$ 3. Bin Formel $(a)-(b)\,(a)+(b) = a^2 - b^2$

$f(x) = -\overbrace{((x) - (2))((x) + (2))}^{}$

$f(x) = -(x^2 - 2^2)$

$f(x) = -x^2 + 2^2 = -x^2 + 4$

$f(x) = -x^2 + 4$ $\quad$ Integrieren von -2 bis 2

$\int_{-2}^{2} f(x)\,dx = [F(x)]_{-2}^{2}$ $\Rightarrow$ Stammfuktion rausfinden

$f(x) = -x^2 + 4$

$F(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 4x$

$\int_{2}^{2} f(x)\,dx = [F(x)]_{-2}^{2} = \left[-\frac{1}{3}x^3 + 4x\right]_{-2}^{2} =$

$= -\frac{1}{3}2^3 + 4\cdot 2 - \left[\underbrace{\left(-\frac{1}{3}\right)(-2)^3}_{} + 4(-2)\right]$

$= -\frac{8}{3} + 8 - 1\cdot\left[+\frac{8}{3} - 8\right]$

$= -\frac{8}{3} + 8 - \frac{8}{3} + 8$ $\qquad 1 = \frac{3}{3} \quad 2 = \frac{6}{3}$

$\underbrace{-\frac{8}{3} - \frac{8}{3}}_{} + \underbrace{8 + 8}_{}$

in dritteln $(\cdot 3)$

$-\frac{16}{3} + 16 = \frac{48}{3} - \frac{16}{3} = \frac{32}{3}$

$\Rightarrow$ Das Flächenstück hat einen Flächeninhalt von

$A = \frac{32}{3}$

2.2

$F(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 4x + C$

Monotonieverhalten (Steigung) $\Rightarrow F'(x)$

$F'(x) = f(x) = -x^2 + 4$ $\qquad$ Extremstellen $F'(x) = 0$

NST von $F'(x)$ / $f(x)$ =

$x_1 = -2 \quad x_2 = 2$

monotonie: Wenn $F'(x) = -$

dann smf (streng monoton fallend)

$]-\infty; -2]$ und $[2; \infty[$

streng monoton steigend von $[-2; 2]$

Extremstellen:

$-2 \qquad 2$

$\searrow \qquad \nearrow \qquad \searrow$

TP $\qquad$ HP

Tiefpunkt bei -2

Hochpunkt bei 2

$F'(x) = -x^2 + 4$

$F''(x) = -2x$

Wendepunkt Krümmung $0 \Rightarrow F''(x) = 0$

$0 = -2\cdot x \quad / :(-2)$

$\frac{0}{-2} = x$

$x = 0$ $\qquad$ Wendestelle bei $x = 0$